

경영과학

【 문제 1 】 C연예기획사에서는 K-pop 가수가 출연하는 공연을 기획하고 있다. 공연은 1주일 후에 개최될 예정이며 오늘까지 개최장소로 야외공연장과 실내공연장 중 한 곳을 결정하여야 한다. 야외공연장을 택할 경우에는 공연 당일 날이 개면, 10억 원의 이익이 기대되나 비가 오면 4억 원의 손실이 예상된다. 실내경기장을 택할 경우에는 공연 당일 날이 개면 4억 원의 이익이, 비가 오면 3억 원의 이익이 예상된다. 현재 접할 수 있는 일기예보에 의하면 1주일 후 비가 올 확률은 0.5이다. 다음 물음에 답하시오. (30점)

- (1) 기대치기준을 이용하여 야외공연장을 택해야할지 실내공연장을 택해야할지 결정하고자 한다. 이 문제를 의사결정나무로 작성하고 의사결정나무를 분석하여 최적의사결정과 그 때의 기대이익을 구하시오. (10점)
- (2) 1주일 후 날씨에 대한 완전정보의 기대가치를 구하시오. (10점)
- (3) 슈퍼컴퓨터와 정밀기상예측 소프트웨어를 보유하고 있는 기상관측 전문회사인 A사에 의뢰하면 현재 접할 수 있는 일기예보 보다 신뢰할 수 있는 1주일 후의 일기예보 정보를 얻을 수 있다. 과거 데이터에 의하면 A사가 제공하는 1주일 후 예보의 신뢰도는 다음과 같다.

$$P(\text{갬예보}|\text{갬}) = 0.8, P(\text{비예보}|\text{갬}) = 0.2, \\ P(\text{갬예보}|\text{비}) = 0.4, P(\text{비예보}|\text{비}) = 0.6$$

이와 같은 상황에서 A사가 제공하는 정보의 기대가치를 의사결정나무를 이용하여 구하시오. (10점)

【 문제 2 】 A사는 최근 출시 예정인 신제품을 대상으로 텔레비전 및 신문 광고를 계획하고 있다. 한 건당 1,000만 원의 비용이 소요되는 텔레비전 광고는 10만 명의 잠재 고객에게 노출되며, 광고 건수를 증가시킬수록 노출되는 잠재 고객의 수는 정비례하여 증가한다. 텔레비전 광고 한 건에 대해 시청자의 연령별, 성별 구성은 다음과 같으며, 구성 비율은 시행되는 광고 건수와 무관하게 일정하게 유지된다.

연령 \ 성별	남성	여성
40세 이상	20,000명	40,000명
40세 미만	10,000명	30,000명

한 건당 100만 원의 비용이 소요되는 신문 광고는 3만 명의 잠재 고객에게 노출되며, 광고 건수를 증가시킬수록 노출되는 잠재 고객의 수는 정비례하여 증가한다. 신문 광고 한 건에 대해 시청자의 연령별, 성별 구성은 다음과 같으며, 구성 비율은 시행되는 광고 건수와 무관하게 일정하게 유지된다.

연령 \ 성별	남성	여성
40세 이상	8,000명	10,000명
40세 미만	7,000명	5,000명

A사는 광고의 효과, 고객의 특성 등을 고려하여 다음과 같은 광고 요건을 수립하였다. 첫째, 30만 명의 잠재 고객에게 광고가 노출되어야 한다. 둘째, 40세 미만의 잠재 고객들에 비해 적어도 1.5배 이상의 40세 이상 사람들에게 광고 노출이 이루어지기를 원한다. 셋째, 광고에 노출되는 전체 잠재 고객 중 여성의 비율이 60 % 이상이어야 한다. 다음 물음에 답하시오. (30점)

- (1) 최소의 비용으로 주어진 광고 요건을 이루기 위해 A사는 각 유형의 광고를 몇 건씩 시행해야 하는지 결정할 수 있는 정수계획법 모형을 수립하고 도해법(graphical method)으로 최적해(최적 광고 건수 및 최소 비용)를 구하시오. (단, 광고 건수는 정수이어야 한다.) (25점)
- (2) 광고 건수가 정수일 필요가 없고 비음의 실수여도 무방하다면 최적해(최적 광고 건수 및 최소 비용)는 어떻게 달라지는지 도해법으로 구하시오. (5점)

【 문제 3 】 과거 기상데이터를 분석한 결과 어느 날 비가 오지 않으면 다음 날도 비가 오지 않을 확률이 0.8이고, 어느 날 비가 오면 다음 날은 비가 오지 않을 확률이 0.6으로 관측되었다. 이는 내일의 날씨를 어제 이전의 날씨와 상관없이 오늘 날씨에만 의존함을 의미한다. 이와 같은 성질이 성립함을 가정하고 마코프 체인(Markov chain)을 이용하여 다음 물음에 답하시오. (10점)

- (1) 비가 오지 않을 경우를 상태 0, 비가 올 경우를 상태 1로 정의한 후 마코프체인의 1단계 전이확률행렬(one step probability matrix)을 구하시오. (3점)
- (2) 어느 날 비가 왔다면 2일 후에도 비가 올 확률을 구하시오. (3점)
- (3) A씨는 비가 오지 않는 날에는 모자 장사를 하고 비가 오는 날에는 우산 장사를 한다. 모자 장사를 하면 하루 평균 수입이 8만원이고 우산 장사를 하면 하루 평균 수입이 10만원이라고 할 때 A씨의 하루 평균 수입을 구하시오. (4점)

【 문제 4 】 B사는 제조공정에서 사용되는 밀링머신 1대의 장비대체 계획을 수립하고자 한다. 밀링머신 1대의 구매가격은 3,000만 원이며, 밀링머신의 연간 유지비용은 매년 초에 계산된 밀링머신의 사용 연수에 의해서 결정된다. 밀링머신의 연간 유지비용은 사용 연수가 오래될수록 높아지며, 다음 표와 같다.

사용 연수(년)	연간 유지비용(만 원)	처분 가격(만 원)
0	100	-
1	300	2,000
2	500	1,500
3	800	500
4	-	0

매년 증가하는 유지비용을 감안하여 B사는 매년 말 사용하던 밀링머신을 처분하고 새로운 밀링머신을 구입할 수 있다. 매년 말 사용하던 밀링머신을 처분할 때 받을 수 있는 가격은 상기 표에 주어진 대로 사용 연수가 오래될수록 떨어진다. B사는 4년간의 총 순비용(새 밀링머신의 구입비용과 밀링머신의

유지비용의 합에서 사용하던 밀링머신을 처분할 때 받을 수 있는 돈을 차감한 것)을 최소화할 수 있는 장비대체 계획을 수립하고자 한다. 단, B사는 현재 밀링머신을 보유하지 않고 있어 첫 해 초에 새롭게 구매하여야 한다. 이 문제를 최단경로문제로 모형화하기 위한 네트워크 다이어그램을 제시하시오. (10점)

【 문제 5 】 A 이비인후과에는 2명의 의사가 환자를 진료하고 있다. 환자는 분당 평균 0.5명이 도착하고 임의의 환자가 병원에 머무는 총 시간은 대기시간과 진료시간을 합하여 평균 10분이다. 병원에 도착하는 환자는 모두 진료를 받고 병원을 떠난다고 할 때 위 대기행렬시스템에 관하여, 다음 물음에 답하시오. (10점)

- (1) 리틀(Little)의 공식을 이용하여 임의의 시각에 이 병원에 체류하고 있는 평균 환자 수를 구하시오. (5점)
- (2) 의사가 환자 한 명을 진료하는 시간이 평균 2분이라면 이 병원에서 의사가 환자를 진료하고 있을 시간적 비율 (총 시간 중 임의의 의사가 바쁜 시간적 비율)을 구하시오. (5점)

【 문제 6 】 C사는 세 가지 원재료를 사용하여 네 가지의 서로 다른 제품을 생산하고 있다. 원재료별 가용 수량, 제품별 단위 수익, 그리고 제품별 원재료 소요량은 다음 표와 같다.

원재료	제품 한 단위당 원재료 소요량(개)				가용 수량(개)
	제품 A	제품 B	제품 C	제품 D	
가	2	6	5	0	200
나	4	4	2	3	300
다	1	3	0	5	500
수익(만원/개)	70	200	100	150	

총수익을 최대화하는 생산계획을 수립하기 위해 다음과 같은 선형계획법 모형을 개발하였고, 이를 풀어 최적해를 아래와 같이 도출하였다.

의사결정변수: x_i = 제품 i 의 생산량 ($i = A, B, C, D$) (개)

선형계획모형: $\max 70x_A + 200x_B + 100x_C + 150x_D$

$s.t. \quad 2x_A + 6x_B + 5x_C \leq 200$

$4x_A + 4x_B + 2x_C + 3x_D \leq 300$

$x_A + 3x_B + 5x_D \leq 500$

$x_A, x_B, x_C, x_D \geq 0$

최적 생산량: $x_A = 0, x_B = 33\frac{1}{3}, x_C = 0, x_D = 55\frac{5}{9}$

최대 총수익: 15,000만 원

그러나 상기 최적 생산량에서는 원재료 ‘다’의 사용 수량이 가용 수량에 크게 미달하고, 원재료의 유통기한으로 인해 사용하지 않고 남은 원재료는 폐기할 수밖에 없다. 이러한 상황이 바람직하지 않다고 판단하여 폐기해야 하는 원재료 ‘다’의 수량을 최소로 만들 수 있는 생산계획을 새롭게 수립하고자 한다. 다만, 그 경우에도 총수익이 최소 10,000만 원이 보장될 수 있도록 하여야 한다. 새로운 상황에 대한 최적해를 구하기 위한 수정된 선형계획법 모형을 제시하시오. (10점)